



تاریخ: ۲۲ آذر ۱۴۰۱  
مدت امتحان: ۲ ساعت

## امتحان میان ترم منطق ریاضی

۱. (۳ نمره، هر یک ۰.۷۵) در هر مورد، اگر گزاره‌ی داده شده به ازای هر سه گزاره‌ی  $A$ ،  $B$  و  $C$  همانگو است برای آن درخت استنتاج طبیعی مناسب رسم کنید و در غیر این صورت، به کمک رسم تابلو برای آن مثال نقض ارائه کنید.

$$(A \rightarrow \neg B) \vee B \quad (\text{آ})$$

$$(A \rightarrow B) \wedge (A \rightarrow \neg B) \rightarrow \neg A \quad (\text{ب})$$

$$(A \rightarrow B \vee C) \rightarrow (A \vee B \rightarrow C) \quad (\text{ج})$$

$$(A \rightarrow B) \rightarrow (\neg B \rightarrow C) \vee \neg A \quad (\text{د})$$

۲. (۱.۵ نمره) نشان دهید هر مجموعه از گزاره‌ها که تحت استنتاج بسته است مدل دارد، هرگاه هر عضو آن ارضاپذیر باشد.

۳. (۱.۵ نمره) فرض کنید  $A$  و  $B$  دو گزاره باشند که هیچ اتم مشترکی ندارند. اگر  $A \vee B \models$  نشان دهید  $A \models$  یا  $B \models$ .

۴. فرض کنید  $I$  یک تعبیر دلخواه باشد و تعریف کنید  $Th(I) = \{A \mid I(A) = 1\}$ . نشان دهید:

$$(\text{آ}) \quad (0.75 \text{ نمره}) \quad \text{اگر } J \models Th(I), \text{ آنگاه } J = I.$$

$$(\text{ب}) \quad (1.75 \text{ نمره}) \quad Th(I) \text{ سازگار ماکسیمال است.}$$