



# نظریه علوم کامپیوتر

دکتر محمدهادی فروغمند اعرابی  
بهار ۱۴۰۱

## تمرین چهارم

پیچیدگی حافظه و قضایای سلسله‌مراتبی  
مهلت تحویل: ۲۴ تیر

- نمره‌ی کل این تمرین ۱۰۰ نمره است و ۲۰ نمره‌ی دیگر امتیازی است.
- پاسخ برخی سوالات را ممکن است با اندکی جست‌وجو در اینترنت بیابید. کمک گرفتن از منابع دیگر بلامانع است اما پاسختان را باید با بیان خودتان بنویسید و از روی منبعی کپی نکنید و از همه مهم‌تر، آن چه می‌نویسید را یاد بگیرید!
- چنانچه در مورد سوالات، یا در مورد راه‌حل‌هایتان ابهام یا سوالی داشتید، می‌توانید با دستیاران مطرحشان کنید.



## سوال ۱

این سوال، یک سوال مفهومی است؛ بنابراین در نوشتن پاسخ دقیق، سخت نگیرید!

۱. (۱۰ نمره) همان‌طور که می‌دانید یافتن پاسخی برای مسأله‌ی  $P$  vs.  $NP$  در قلب نظریه‌ی پیچیدگی محاسبه است. آیا می‌توانید حداقل سه رویکرد برای حمله به این مسأله نام برده و سناریوهای حمله را به اختصار توضیح دهید؟ (طبعاً دور از انتظار نیست که استراتژی‌های حمله‌ی شما به شکست منجر شود!)
۲. (۵ نمره) با ماشین‌های تورینگ اوراکل‌دار در کلاس درس آشنا شده‌اید. آیا تعداد ماشین‌های تورینگ اوراکل‌دار نامتناهی است؟ این ادعا را با ذکر دلیل اثبات یا رد کنید.
۳. (۱۰ نمره) یکی از کارهایی که در طول درس به تکرار انجام داده‌اید، یافتن مسائل کامل برای کلاسی از زبان‌ها بوده است. آیا می‌توانید کلاسی نابدیهی از زبان‌ها را بیابید که مسأله‌ی کامل ندارند؟ (طبعاً، پای ثابت هر سناریوی «کامل بودن یک زبان برای یک کلاس»، یک ریداکشن خاص است که آن را فیکس می‌کنیم و بعد سعی می‌کنیم زبانی کامل با توجه به آن ریداکشن بیابیم. توجه کنید که دستتان در انتخاب ریداکشن باز است.)

## سوال ۲

(۲۰+۲۰ نمره)

۱. نشان دهید که برای هر  $k \in \mathbb{N}$ ،  $P \neq DSPACE(n^k)$ .
۲. نشان دهید اگر  $P = NP$ ، آنگاه  $DEXT = NEXT$ .

## سوال ۳

(۲۰ نمره) زبان  $TARGET$  را به صورت

$TARGET = \{ \langle G, t \rangle : G \text{ یک گراف جهت‌دار و } t \text{ راسی در } G \text{ و } t \text{ از هر راس دیگر } G \text{ با مسیری جهت‌دار قابل دسترس است} \}$   
تعریف می‌کنیم. نشان دهید زبان فوق  $NL - hard$  است.

## سوال ۴

می‌گوییم زبان  $L$  عضو کلاس  $P/poly$  است؛ هرگاه وجود داشته باشد چندجمله‌ای  $p(n)$ ، زبان  $B \in P$  و نگاشت  $h: \mathbb{N} \rightarrow \Sigma^*$  با این شرط که برای هر  $n \in \mathbb{N}$ ،  $|h(n)| \leq p(n)$ ؛ به طوری که داشته باشیم:

$$x \in L \iff \langle x, h(|x|) \rangle \in B$$

۱. (۱۰ نمره) نشان دهید:  $P \subseteq P/poly$ .
۲. (۲۰ نمره) زبانی تصمیم‌پذیر در  $P/poly$  بیابید که عضو  $P$  نباشد.
۳. (۱۵ نمره) آیا می‌توان زبانی تصمیم‌ناپذیر در  $P/poly$  یافت؟